

高重合度外啮合齿轮齿根弯曲应力计算方法

李发家¹, 朱如鹏², 李苗苗², 鲍和云², 靳广虎²

(1. 济南大学 机械工程学院, 济南 250022;

2. 南京航空航天大学 机电学院, 南京 210016)

摘 要: 针对高重合度外啮合直齿圆柱齿轮副, 对其齿根弯曲应力计算方法进行了研究. 计算了高重合度齿轮的轮齿变形和刚度, 对单个轮齿承受的载荷进行了研究, 给出了高重合度齿轮齿间载荷分配率的定义和计算方法. 以高重合度齿轮的双齿啮合界点作为计算载荷的加载点, 给出了高重合度齿轮齿根过渡曲线30°切线位置危险截面的双齿啮合区界点的齿形系数和应力集中系数计算方法, 获得了齿根危险截面弯曲应力的计算公式; 采用CL-100齿轮试验机, 设计了不同重合度的外啮合齿轮副, 测量了其齿根的弯曲应力数值, 试验结果表明: 在高载荷下主动轮的齿根弯曲应力理论计算误差小于7.85%, 从动轮的计算误差小于9.8%; 低载荷下主动轮的齿根弯曲应力理论计算误差小于24.1%, 从动轮的计算误差小于19%.

关 键 词: 高重合度齿轮; 轮齿变形; 齿形系数; 弯曲应力; 齿间载荷分配率

中图分类号: V233.1; TH113.1

文献标志码: A

Calculation method of external meshed gear tooth root bending stress of high contact ratio gear

LI Fa-jia¹, ZHU Ru-peng², LI Miao-miao², BAO He-yun², JIN Guang-hu²

(1. School of Mechanical Engineering, University of Jinan, Jinan 250022, China;

2. College of Mechanical and Electrical Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The tooth root bending stress calculation method of high contact ratio spur gear pair was studied. The gear tooth deformation and stiffness calculation of high contact ratio gear and load of single tooth were studied. The definition of load sharing ratio and the calculation method of high contact ratio gear tooth were given. The meshing point of high contact ratio gear pair with double teeth was taken as the point of computational load. The calculation method of tooth shape coefficient and stress concentration coefficient of double toothed meshing zone boundary of the dangerous section that located on position of high contact ratio gear tooth root's 30 degree transition curve were given. Calculation formulas of tooth root bending stress of the dangerous section was obtained. External gear pair with different contact ratios were designed, and the tooth root bending stress was tested by CL-100 gear test machine. The test result show that, under high load, the tooth root bending stress theoretical calculation error of active gear is less than 7.85%, and the driven gear is less than 9.8%. Under low load, the tooth root bending stress theoretical calculation error of active

收稿日期: 2015-04-18

基金项目: 国家自然科学基金(51475226, 51305196)

作者简介: 李发家(1980—), 男, 讲师, 博士, 主要从事机械传动研究. E-mail: lfjsdtazb@163.com

引用格式: 李发家, 朱如鹏, 李苗苗, 等. 高重合度外啮合齿轮齿根弯曲应力计算方法[J]. 航空动力学报, 2017, 32(1): 138-147. LI Fajia, ZHU Rupeng, LI Miaomiao, et al. Calculation method of external meshed gear tooth root bending stress of high contact ratio gear[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(1): 138-147.

gear is less than 24.1%, and the driven gear is less than 19%.

Key words: high contact ratio gear; gear tooth deformation; tooth form factor; bending stress; load sharing ratio between gear teeth

直齿圆柱齿轮具有结构简单,经济性好,且能承受轴向力,可以简化支承的设计,有利于减轻传动系统的质量等优势,故仍然是航空传动系统中应用最为广泛的一种齿轮形式. 现在低重合度(LCR,重合度小于 2)直齿圆柱齿轮很难满足其航空传动发展要求,而高重合度(HCR,重合度大于 2)直齿圆柱齿轮传动,两对齿啮合和 3 对齿啮合交替出现,同时啮合的轮齿对数较 LCR 齿轮较多,单对轮齿承受的载荷减小,传动系统具有承载能力大,传动平稳等优点,因此 HCR 齿轮传动在航空领域应用广泛,其备受关注. 但 HCR 齿轮一般采用大齿高齿轮,在相同的载荷作用下单个轮齿的折断问题较 LCR 齿轮更为突出,采用现行标准计算 HCR 齿轮弯曲强度时会产生较大误差,限制了 HCR 齿轮传动技术的推广和发展.

1893 年, Lewis^[1-2] 提出了建立在应用材料力学法和抛物线等强度梁基础上的齿轮弯曲强度计算方法,该方法成为现行齿轮弯曲强度计算理论基础. ISO(国际标准化组织)等标准制定之后许多学者对标准的适用性和计算精度进行了大量的研究,2006 年, Kawalec、周长江等^[3-4] 对比了 ISO 和 AGMA(美国齿轮制造商协会)标准计算标准齿轮弯曲强度的特点,分析了其计算公式的系数和计算精度的差异,并与有限元计算结果进行了对比,对比结果表明,两种标准的计算结果均偏保守,偏安全.

许多学者主要采用试验法或有限元方法对 HCR 齿轮的强度和刚度进行研究.

1960 年, Niemann^[5] 采用试验的方法对 HCR 齿轮和 LCR 齿轮的弯曲强度进行了对比研究,结果表明 HCR 齿轮的许用载荷较 LCR 齿轮有较大提高. 1973 年, 苏联学者 КИМ^[5] 采用试验法对多组 HCR 齿轮强度进行了研究,结果表明 HCR 齿轮的齿面强度较 LCR 齿轮有显著提升. 2005 年, WANG Jiande 等^[6] 采用有限元的方法计算了 HCR 齿轮的刚度、齿间载荷分配、接触应力和齿根弯曲应力. 2008 年, LI Shuting^[7] 采用有限元方法分析了 HCR 齿轮的传动误差和刚度,分析了 HCR 齿轮和 LCR 齿轮的齿根弯曲应力和接触应力的分布规律.

1987 年, 方宗德等^[8] 采用激光散斑法测量了 HCR 齿轮和 LCR 齿轮的刚度,根据测量的刚度对两种齿轮的齿间载荷分配进行了计算,并提出了 HCR 直齿轮副的优化设计方法. 1991 年, 罗立风等^[9] 采用边界元法计算了 HCR 外齿轮的刚度,同时在齿轮试验机上对刚度进行了试验,结果表明 HCR 齿轮可以提高齿轮的承载能力. 1993 年, 李庆远等^[10] 采用石川公式计算了 HCR 外齿轮的刚度,并对其齿间载荷分配进行了计算,对比了 HCR 齿轮和 LCR 齿轮的载荷分布情况,其计算弯曲应力时,仅在 GB3480-83 公式的基础上添加了载荷分配系数. 2009—2010 年, 尹刚、李杰等^[11-12] 分别采用有限元法分析了 HCR 斜齿轮的接触应力分布.

由于 HCR 齿轮的轮齿受力情况复杂,国内、外大部分学者采用试验或有限元方法研究齿根弯曲应力, ISO6636 和 GB3480 给出的齿轮应力计算公式仅适用 LCR 齿轮,而采用国标形式的公式来研究 HCR 齿轮齿根弯曲应力的文献较少,研究有待完善,同时鲜见关于 HCR 齿轮的齿根弯曲应力计算方法的研究. 因此,有必要对 HCR 齿轮的齿根弯曲应力计算进行全面研究,对保证 HCR 齿轮传动的高承载性能具有重要意义.

1 HCR 齿轮啮合刚度和齿间载荷分配

齿轮啮合刚度计算是齿轮系统强度和动力学研究的重要组成部分,其计算结果直接影响齿轮的承载能力、齿间载荷分布计算准确性. 计算齿轮单对轮齿刚度和齿间载荷分配时,需先对单个轮齿的变形进行研究,轮齿在外载荷作用下的变形包含轮齿弯曲变形、接触变形和基体变形.

1.1 HCR 齿轮啮合刚度

采用材料力学法,将单个轮齿简化为非均匀悬臂梁模型,对单个轮齿的变形和刚度进行计算,轮齿刚度模型如图 1 所示. 轮齿模型关于通过齿顶中心和齿轮圆心的直线对称,轮齿的有效接触区域沿对称轴线被分为一系列长方形微单元,采用 i 表示. 采用文献[13-14]给出的变形公式计算微单元 i 在法向载荷作用下轮齿变形、基体变形.

Fig. 3 Meshing gear tooth pair number distribution along the meshing line of HCR gears

$$K_{AD} = \frac{K_A K_D}{K_A + K_D} \quad (7)$$

$$K_{BE} = \frac{K_B K_E}{K_B + K_E} \quad (8)$$

$$K_{CF} = \frac{K_C K_f}{K_C + K_f} \quad (9)$$

当 HCR 齿轮为双齿啮合时,采用式(7)和式(8)进行计算。

1.2 HCR 齿间载荷分配

HCR 齿轮由于同时啮合的轮齿较多,且每一个轮齿载荷受到多个参数的影响。国标对 LCR 齿轮的齿间载荷分配进行了研究,但未涉及 HCR 齿轮的载荷分配的计算。

由图 2 可知,在 3 对齿啮合区内,载荷 F_t 由 3 对齿同时承担,假设其分担载荷分别为 F_{AD1} , F_{BE1} , F_{CF1} ,可以得到

$$F_t = F_{AD1} + F_{BE1} + F_{CF1} \quad (10)$$

在两对齿啮合区内, F_t 分配给两对齿承担,设分别为 F_{AD2} , F_{BE2} ,可以得到

$$F_t = F_{AD2} + F_{BE2} \quad (11)$$

定义齿间载荷分配率 q_i 为啮合齿轮副的单个轮齿承担的载荷与总载荷的百分比。

定义传动误差 T_d 为齿轮实际传动位置与理论传动位置的差值。其表达式为

$$T_d = \frac{F_i}{K_i} + a_i \pm \Delta_i \quad (12)$$

式中 a_i 为各个啮合位置的修形量; Δ_i 为齿轮的基节偏差(Δf_{pb})、齿形误差(Δf_i)、齿向误差(Δf_β)的啮合等效误差; F_i 为第 i 对轮齿承受的载荷, K_i 为第 i 对轮齿的刚度。

齿轮在啮合区域内每一对齿轮总变形量相等称为齿轮变形协调公式。

HCR 齿轮处于三齿啮合区变形协调公式为

$$\frac{F_{AD1}}{K_{AD1}} + a_{AD} \pm \Delta_{AD} = \frac{F_{BE1}}{K_{BE1}} + a_{BE} \pm \Delta_{BE} \quad (13)$$

$$\Delta_{BE} = \frac{F_{CF1}}{K_{CF1}} + a_{CF} \pm \Delta_{CF}$$

HCR 齿轮处于双齿啮合区变形协调公式为

$$\frac{F_{AD2}}{K_{AD}} + a_{AD} \pm \Delta_{AD} = \frac{F_{BE2}}{K_{BE}} + a_{BE} \pm \Delta_{BE} \quad (14)$$

联立式(10)、式(11)、式(13)和式(14),可以求得各对轮齿在不同的啮合区域所承受的载荷。根据齿间载荷分配率 q_i 的定义,可以计算 HCR 齿轮的齿间载荷分配率。

2 HCR 齿轮齿根弯曲应力

2.1 HCR 齿轮齿根弯曲应力计算基本公式

ISO 标准和国标采用全载区齿形系数(B 法)和半载区齿形系数(C 法)计算 LCR 齿轮的齿形系数,未涉及 HCR 齿轮的齿形系数的计算。本文采用载荷加载点于 HCR 齿轮的各个双齿啮合区界点位置,计算 HCR 齿轮的齿根弯曲应力值。

假设齿轮在某界点位置轮齿受到的法向载荷 F_{bn} 沿着齿宽的方向均匀分布,轮齿受力如图 4 所示,图中点 P_c 为载荷 F_{bn} 与齿厚中心线的交点。危险截面将受到载荷 F_{bn} 的水平分力和竖直分力的作用,危险截面受到弯曲应力、切应力和压应力的作用。

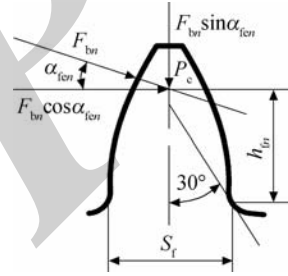


图 4 齿轮啮合位置计算参数

Fig. 4 Computation parameters of gear teeth meshing point

齿根危险截面的弯曲拉应力为

$$\sigma_{wn} = \frac{h_{in} F_{bn} \cos \alpha_{fen}}{b (S_f)^2 \cos \alpha} \quad (15)$$

齿根危险截面的压应力为

$$\sigma_{cn} = \frac{F_{bn} \sin \alpha_{fen}}{b S_f \cos \alpha} \quad (16)$$

齿根危险截面的切应力为

$$\tau_n = \frac{F_{bn} \cos \alpha_{fen}}{b S_f \cos \alpha} \quad (17)$$

式中 h_{in} 为 HCR 齿轮的加载界点位置弯曲力臂; α 为压力角(rad); S_{fn} 为危险截面的齿厚(mm);下标 n 为 HCR 齿轮啮合时双齿啮合区的各个界点,即 c, e, g, i 双齿啮合区界点。

引入 HCR 齿轮界点处齿形系数 Y_{fn} ,其定义为:载荷作用于双齿和三齿的啮合界点处时,齿形对名义弯曲应力的影响的系数,如下式所示:

$$Y_{fn} = \frac{6 \left(\frac{h_{in}}{m} \right) \cos \alpha_{fen}}{\left(\frac{S_f}{m} \right)^2 \cos \alpha} \quad (18)$$

式中 m 为模数

则式(15)可以简化为

$$\sigma_{wn} = \frac{F_{bn}}{bm} Y_{fn} \quad (19)$$

不同的标准计算齿根强度时,考虑的应力类型不一样,计算公式不尽相同. ISO 标准^[17]和国标仅考虑齿根的弯曲应力,AGMA 标准考虑了弯曲应力和压应力的影响,Niemann^[18]考虑弯曲应力、切应力和压应力影响. 由于 ISO 标准和国标的方法更具有代表性,本文采用相同的方法计算 HCR 齿轮的齿根弯曲应力. 在研究 HCR 齿轮齿根弯曲应力计算时,参照 GB3480-1997 标准,引入 HCR 齿轮的界点处应力修正系数 Y_{sn} ,对于压力角为 20° 的齿轮,界点处应力集中系数为

$$Y_{sn} = (1.2 + 0.13L)(q_s)^{\frac{1}{1.21+2.3/L}} \quad (20)$$

式中 $L = S_{fn}/h_{fn}$; $q_s = S_f/2\rho_f$; ρ_f 为危险点处曲率半径.

因此,HCR 齿轮的界点应力公式为

$$\sigma_{fn} = \frac{F_{bn}}{bm} Y_{fn} Y_{sn} \quad (21)$$

由上式可以看出,计算 HCR 齿轮齿根应力时,啮合界点的载荷 F_{bn} 和齿形系数 Y_{fn} 成为关键. 各个界点的载荷 F_{bn} 为总载荷 F_t 与该点载荷分配率 q_i 的乘积,即 $F_{bn} = F_t q_i$,以下将对各个界点处的齿形系数计算进行研究.

2.2 HCR 齿轮齿根弯曲应力齿形系数计算

外齿轮的加工方式主要由齿条刀具加工或插齿加工,本文将对采用齿条刀具加工的 HCR 外啮合齿轮双齿啮合区各个界点的齿形系数进行研究,给出外啮合齿轮双齿啮合区各个界点处的齿形系数计算公式.

图 5 为齿条刀具基本齿廓,刀尖圆心到刀具对称线的距离 L_e 为

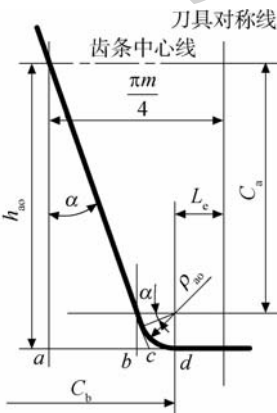


图 5 齿条刀具基本齿廓尺寸

Fig. 5 Basic tooth profile size of rack-type gear cutter

$$L_e = \frac{\pi m}{4} - \overline{ac} - \overline{bd} + \overline{bc} \quad (22)$$

即刀尖圆角至刀具对称线的距离为

$$L_e = \frac{\pi m}{4} - h_{ao} \tan \alpha - \frac{\rho_{ao}}{\cos \alpha} + \rho_{ao} \tan \alpha \quad (23)$$

式中 h_{ao} 为刀具的齿顶高系数.

引入辅助尺寸系数 C_a 和 C_b 为

$$\begin{cases} C_a = h_{ao} - \rho_{ao} - xm \\ C_b = \frac{\pi m}{2} - L_e \end{cases} \quad (24)$$

式中 x 为变位系数.

引入假设系数

$$C_g = -\frac{C_a}{m} = \frac{\rho_{ao}}{m} - \frac{h_{ao}}{m} + x \quad (25)$$

图 6 为 HCR 齿轮外啮合传动的各个界点位置关系.

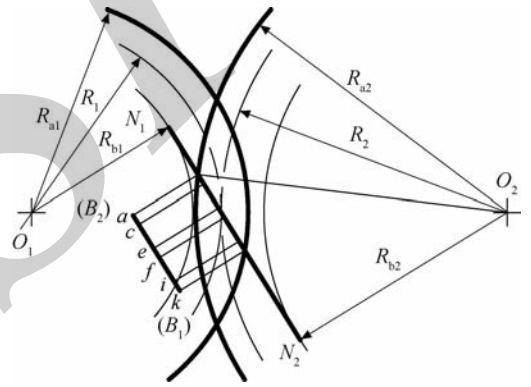


图 6 HCR 齿轮外啮合传动

Fig. 6 External meshing gear transmission of HCR gears

图 6 中, O_1 和 O_2 为两啮合齿轮的圆心; R_{a1} 和 R_{a2} 为齿顶圆半径; R_1 和 R_2 为两齿轮分度圆半径; R_{b1} 和 R_{b2} 为两齿轮基圆半径; N_1N_2 为两个齿轮的理论啮合线; $ak(B_1B_2)$ 为 HCR 齿轮实际啮合线, a 点为从动齿轮齿顶啮合位置, k 为从动齿轮的啮合终点位置, c, e, f 和 i 点分别为 HCR 齿轮双齿和三齿啮合区界点.

各个啮合界点位置啮合线长度为

$$\begin{cases} \overline{ac} = \overline{B_1B_2} - 2p_b = p_b(\epsilon_a - 2) \\ \overline{ae} = \overline{B_1B_2} - (\epsilon_a - 1)p_b = p_b \\ \overline{ag} = \overline{B_1B_2} - p_b = p_b(\epsilon_a - 1) \\ \overline{ai} = \overline{B_1B_2} - (\epsilon_a - 2)p_b = 2p_b \end{cases} \quad (26)$$

式中 ϵ_a 为直齿圆柱齿轮的重合度.

从动齿轮的理论啮合线长度为

$$aN_2 = \sqrt{(R_{a2})^2 - (R_{b2})^2} \quad (27)$$

由 $\triangle O_2 c N_2, \triangle O_2 e N_2, \triangle O_2 g N_2, \triangle O_2 i N_2$ 可得各个界点的半径为

$$\begin{cases} R_{ac} = \sqrt{(aN_2 - ac)^2 + (R_{b2})^2} \\ R_{ae} = \sqrt{(aN_2 - ae)^2 + (R_{b2})^2} \\ R_{ag} = \sqrt{(aN_2 - ag)^2 + (R_{b2})^2} \\ R_{ai} = \sqrt{(aN_2 - ai)^2 + (R_{b2})^2} \end{cases} \quad (28)$$

将式(26)和式(27)代入式(28),得到各个界点处的直径为

$$\begin{cases} d_{ac} = 2\sqrt{[\sqrt{(R_{a2})^2 - (R_{b2})^2} - p_b(\epsilon_{aW} - 2)]^2 + (R_{b2})^2} \\ d_{ae} = 2\sqrt{[\sqrt{(R_{a2})^2 - (R_{b2})^2} - p_b]^2 + (R_{b2})^2} \\ d_{ag} = 2\sqrt{[\sqrt{(R_{a2})^2 - (R_{b2})^2} - p_b(\epsilon_{aW} - 1)]^2 + (R_{b2})^2} \\ d_{ai} = 2\sqrt{[\sqrt{(R_{a2})^2 - (R_{b2})^2} - 2p_b]^2 + (R_{b2})^2} \end{cases} \quad (29)$$

双齿啮合区各个界点对应的压力角为

$$\begin{cases} \alpha_{ac} = \arccos(d_b/d_{ac}) \\ \alpha_{ae} = \arccos(d_b/d_{ae}) \\ \alpha_{ag} = \arccos(d_b/d_{ag}) \\ \alpha_{ai} = \arccos(d_b/d_{ai}) \end{cases} \quad (30)$$

式中 α_{fean} 为啮合点的端面载荷作用角,下标 n 为 HCR 齿轮啮合的各个界点,即 c, e, g, i 等点相应

参数; θ 为辅助角 (rad), $\theta = \frac{2C_g}{Z_2} \tan \theta - \left[\frac{2}{Z_2} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{E}{m} \right) - \frac{\pi}{3} \right]$.

双齿啮合区各个界点处齿厚一半对应圆心角为

$$\begin{cases} \gamma_{ac} = \frac{S_{ac}}{d_{ac}} = \frac{\pi + 4x_2 \tan \alpha}{2Z_2} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_{ac} \\ \gamma_{ae} = \frac{S_{ae}}{d_{ae}} = \frac{\pi + 4x_2 \tan \alpha}{2Z_2} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_{ae} \\ \gamma_{ag} = \frac{S_{ag}}{d_{ag}} = \frac{\pi + 4x_2 \tan \alpha}{2Z_2} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_{ag} \\ \gamma_{ai} = \frac{S_{ai}}{d_{ai}} = \frac{\pi + 4x_2 \tan \alpha}{2Z_2} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_{ai} \end{cases} \quad (31)$$

式中 $S_{ac}, S_{ae}, S_{ag}, S_{ai}$ 分别为 c, e, g, i 等啮合界点对应的一半齿厚, Z_2 为从动轮齿数.

双齿啮合区各界点处的端面载荷作用角为

$$\begin{cases} \alpha_{feac} = \alpha_{ac} - \gamma_{ac} \\ \alpha_{feae} = \alpha_{ae} - \gamma_{ae} \\ \alpha_{feag} = \alpha_{ag} - \gamma_{ag} \\ \alpha_{feai} = \alpha_{ai} - \gamma_{ai} \end{cases} \quad (32)$$

由图 7 可知,在某加载界点处的弯曲力臂为

$$h_{in} = \overline{FI} + \overline{IJ} \quad (33)$$

其中

$$\begin{cases} \overline{FI} = \overline{FO_1} - R_2 = \frac{Z_2 m}{2} \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{fean}} - 1 \right) \\ \overline{IJ} = R_2 - \overline{JO_1} \\ \overline{JO_1} = -\rho_{ao} \cos \left(\frac{\pi}{3} \right) + (R_2 - C_a) \cdot \\ \cos \left(\frac{\pi}{3} - \theta \right) + \left[C_a \tan \theta \sin \left(\frac{\pi}{3} - \theta \right) \right] \end{cases}$$

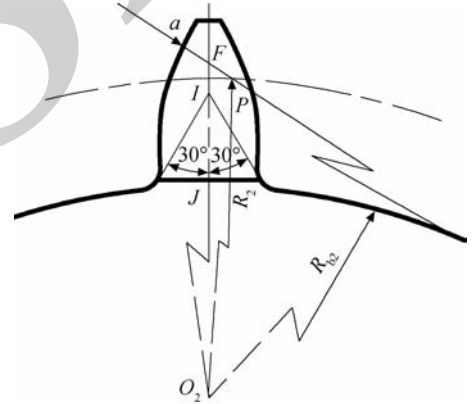


图 7 齿轮加载点弯曲力臂简图

Fig. 7 Diagram of gear load point bending arm

弯曲力臂 h_{in} 公式为

$$h_{in} = \frac{Z_2 m}{2} \left\{ \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{fean}} - 1 \right) + \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{3} - \theta \right) \right] - \frac{C_g}{\cos \theta} + \frac{\rho_{ao}}{m} \right\} \quad (34)$$

2.3 HCR 齿轮齿根弯曲危险截面

Hofer 提出 30° 切线法^[2]确定齿轮弯曲危险截面的位置,即连接和齿廓对称中线成 30° 且与齿根圆角相切直线切点的平面作为危险截面,该方法反映了实际轮齿几何最大应力相对情况,与载荷作用点位置无关,计算公式较为简单.此外, 30° 切线法得到大量光弹试验验证,ISO 标准和国

标均采用该方法确定齿轮危险截面,本文研究 HCR 齿轮齿根弯曲应力时,同样采用该方法确定危险截面位置。

采用 30°切线法计算 HCR 齿轮齿根危险截面的齿厚 $S_f^{[17]}$ 为

$$S_f = Z_2 m \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) + \sqrt{3} m \left(\frac{C_g}{\cos\theta} - \frac{\rho_{ao}}{m}\right)$$

(35)

将双齿啮合区各界点参数代入式(18)可以得到从动齿各界点的齿形系数,主动齿轮 Z_1 的各啮合界点的齿形系数采用同样方法计算,在此不再

赘述。

3 HCR 齿轮齿根弯曲应力试验验证

采用标准 CL-100 齿轮试验机测量不同加载位置下不同重合度齿轮副的齿根弯曲应力,对齿根弯曲应力理论计算结果进行验证。

3.1 HCR 齿轮齿根弯曲应力试验方案设计

根据齿轮试验机的安装要求(中心距为 91.5 mm),在此限定条件下设计试验齿轮的参数如表 1 所示。

表 1 试验齿轮参数
Table 1 Parameters of test gears

试验编号	压力角 $\alpha/(^{\circ})$	模数 m/mm	齿数 Z_1/Z_2	齿顶高系数 h_a^*	变位系数 x_1/x_2	重合度 ϵ_a
HCR-1	20	3	27/35	1.35	-0.098/-0.37	2.3
HCR-2	20	3.25	25/32	1.32	-0.14/-0.19	2.2
HCR-3	20	3.5	23/30	1.27	-0.008/-0.33	2.1
LCR	20	3.25	25/32	1	-0.14/-0.19	1.7

电阻应变计采用 ZF120-07AA 电阻应变计,信号采集仪用 DH5922 动态信号采集仪。每组试验,加载载荷采用 5 个试验等级,如表 2 所示。试验在室温下进行,加载扭矩误差应当符合 GB/T14230-93 标准,误差不大于 5%。

表 2 试验载荷等级
Table 2 Test load level

载荷级别 (试验机标准载荷等级)	小齿轮加载扭矩/ (N·m)
6	135.3
7	183.4
8	239.3
9	302.0
10	372.6

试验齿轮在润滑良好的条件下,以 1 500 r/min,载荷为 183.4 N·m 下,运行转磨合 2 h 后,清洗、打磨齿轮。在试验齿轮的齿根过渡曲线 30°切线的位置,等距粘贴 3 个应变片。采用加载杆对试验机进行加载。加载完毕后,将加载离合器锁紧,利用加载杆转动试验机的刚性轴,使被测轮齿进入啮合,直至退出啮合,同时记录试验过程齿根弯曲应力。

齿轮加工和跑合后,经过清洗、打磨、贴片和防潮处理后的齿轮如图 8 所示,试验现场如图 9 所示。



图 8 贴片应变片完成后的试验齿轮
Fig. 8 Test gear after patch strain gauge



图 9 试验齿轮测试现场
Fig. 9 Test gear under test

3.2 HCR 齿轮齿根弯曲应力试验结果分析

测量加载角度的变化,对齿轮的加载载荷进

行修正,采用测量得到的齿根弯曲应力最大应力数值作为齿轮弯曲应力值.

不同重合度的 4 组齿轮副的齿根弯曲应力随载荷变化的曲线,如图 10 所示.由图 10 可知,在相同的载荷的作用下的 HCR 齿轮齿根弯曲应力要小于 LCR 齿轮.

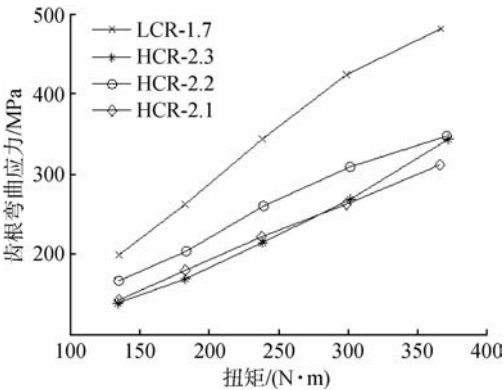


图 10 不同重合度齿轮齿根弯曲应力随载荷变化曲线
Fig. 10 Gear tooth root bending stress changing with different contact ratio gears and loads

LCR 和 HCR-2 两组齿轮具有相同齿数、模数、压力角,由于齿顶高系数不同,使其具有不同的重合度. LCR 和 HCR-2 齿轮的齿根弯曲应力对比如图 11 所示,采用本文给出的 HCR 齿轮齿根弯曲应力的理论计算方法,计算 HCR 齿轮的齿根弯曲应力,相应结果如图 12 所示.

由试验结果可知,在高载荷的作用下, HCR 齿轮的齿根弯曲应力比 LCR 齿轮减小 27% 左右;在低载荷的作用下, HCR 齿轮的齿根弯曲应力比 LCR 齿轮减小 11% 左右.

由理论计算结果可知,在与试验齿轮相同载荷下, HCR 齿轮 HCR-2 的齿根弯曲应力要比

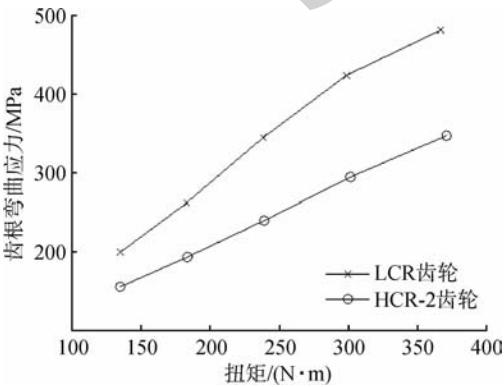


图 11 齿根弯曲应力对比(试验)
Fig. 11 Gear tooth root bending stress contrast (test)

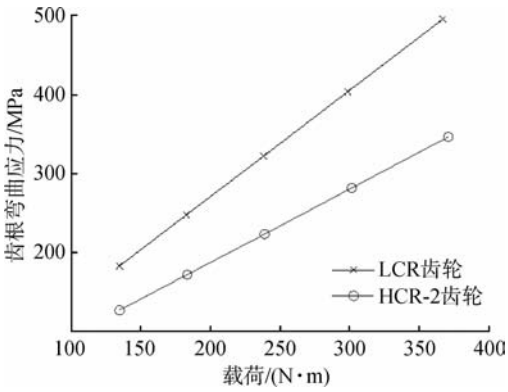


图 12 齿根弯曲应力对比(理论计算)
Fig. 12 Gear tooth root bending stress contrast (theoretical calculation)

LCR 齿轮降低 30%~31%. 在高载荷下,理论计算结果与试验结果相吻合,在低载荷作用下,理论计算结果与试验结果具有较大误差,这主要是由于试验齿轮存在制造误差等原因造成的. 由理论计算和试验结果可知, HCR 齿轮可以有效降低齿轮的齿根弯曲应力.

3.3 齿轮齿根弯曲应力试验与理论结果分析

针对表 1 所示的齿轮副参数,采用本文给出的计算 HCR 齿轮齿根弯曲应力方法,计算 3 组 HCR 齿轮,在表 2 所示的载荷作用下最大齿根弯曲应力. 对比各组齿轮副的试验数据和理论计算结果,对理论计算的精度和误差进行分析,结果如图 13~图 15 所示.

由图 13~图 15 可知, HCR-1 组齿轮在不同载荷下小齿轮的齿根弯曲应力理论计算结果与试验结果的偏差值在 -7%~8.5% 之间,大齿轮的偏差在 -4.2%~15.9% 之间. HCR-2 齿轮副小齿轮的齿根弯曲应力理论计算值与试验值的偏差

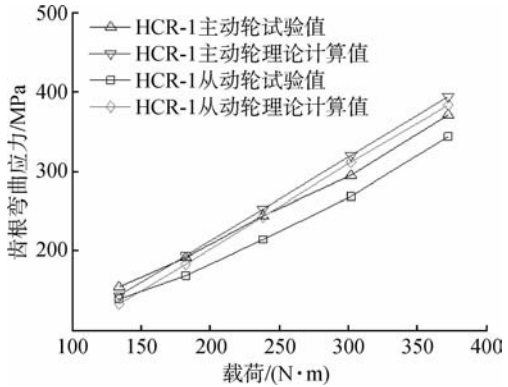


图 13 HCR-1 齿轮齿根弯曲应力的试验与理论计算结果
Fig. 13 Gear tooth root bending stress of HCR-1 gears by test and theoretical calculation

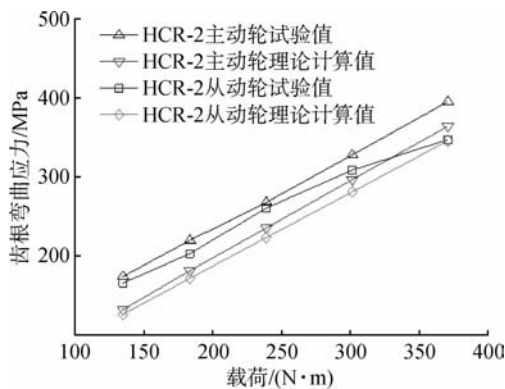


图14 HCR-2 齿轮齿根弯曲应力的试验与理论计算结果

Fig. 14 Gear tooth root bending stress of HCR-2 gears by test and theoretical calculation

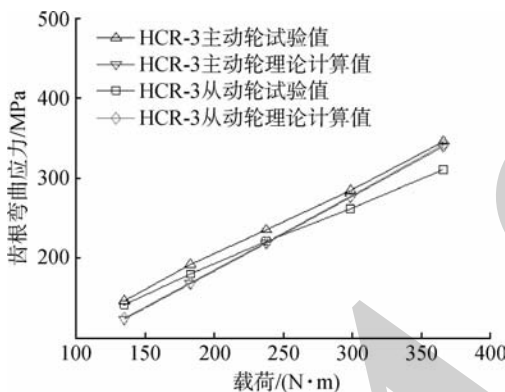


图15 HCR-3 齿轮齿根弯曲应力的试验与理论计算结果

Fig. 15 Gear tooth root bending stress of HCR-3 gears by test and theoretical calculation

在 $-24.1\% \sim -7.85\%$ 之间,大齿轮的计算值与试验值的偏差在 $-19.0\% \sim 0.43\%$ 之间. HCR-3 齿轮副的大齿轮偏差为 $-12.1\% \sim 9.8\%$,小齿轮计算值与试验值偏差为 $-15.54\% \sim -1.65\%$. 齿轮副的大齿轮和小齿轮应力计算误差在高载荷的作用下变小,理论计算的结果与试验结果吻合较好,在低载荷下,由于试验齿轮存在加工误差,两者误差较大.

4 结 论

本文针对 HCR 齿轮外啮合齿轮的齿根弯曲应力计算方法进行了研究.

1) 计算了 HCR 外啮合齿轮的轮齿变形和刚度,并对齿轮的载荷分配进行了研究,给出了 HCR 齿轮载荷分配率的定义.

2) 给出 HCR 齿轮外啮合齿轮双齿啮合区界点的齿根弯曲应力的计算方法,给出了齿根弯曲应力计算的双齿啮合区各个界点处的齿形系数计

算公式,研究了齿根弯曲应力危险截面齿厚的计算方法.

3) 设计了 HCR 外啮合齿轮副齿根弯曲应力验证试验方案,测量了不同重合度的外啮合齿轮齿根弯曲应力,对理论计算结果进行了试验验证. 结果表明, HCR 齿轮可以有效提高齿轮的强度; 本文给出的 HCR 齿轮齿根弯曲应力计算方法具有较高的计算精度,满足工程应用需求.

参考文献:

- [1] 范垂本. 齿轮强度和试验[M]. 北京: 机械工业出版社, 1979.
- [2] 吴继泽, 王统. 齿根过渡曲线与齿根应力[M]. 北京: 国防工业出版社, 1989.
- [3] Kawalec A, Wiktor J, Ceglarek D. Comparative analysis of tooth-root strength using ISO and AGMA standards in spur and helical gears with FEM-based verification[J]. Journal of Mechanical Design, 2006, 128(5): 1141-1158.
- [4] 周长江, 唐进元, 刘艳萍, 等. 齿轮传动设计两种计算标准的比较研究[J]. 机械传动, 2006, 30(3): 9-10, 50. ZHOU Changjiang, TANG Jinyuan, LIU Yanping, et al. Comparative study of calculation of gear drive design by two standards[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2006, 30(3): 9-10, 50. (in Chinese)
- [5] 仙波正庄. 高强度齿轮设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 1981.
- [6] WANG Jiande, Howard I. Finite element analysis of high contact ratio spur gears in mesh[J]. Journal of Tribology, 2005, 127(3): 469-483.
- [7] LI Shuting. Effect of addendum on contact strength, bending strength and basic performance parameters of a pair of spur gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(12): 1557-1584.
- [8] 方宗德, 蒋孝煜, 宋镜瀛. 大重合度齿轮的性能研究[J]. 齿轮, 1987, 11(1): 27-32. FANG Zongde, JIANG Xiaoyu, SONG Jingying. Performance study of high contact ratio gear[J]. Gear Journal, 1987, 11(1): 27-32. (in Chinese)
- [9] 罗立风, 陈湛闻. 大重合度直齿轮刚度的测量研究与边界元计算[J]. 齿轮, 1991, 15(2): 5-10. LUO Lifeng, CHEN Zhanwen. Study of measurement stiffness and boundary element calculation of boundary element calculation[J]. Gear Journal, 1991, 15(2): 5-10. (in Chinese)
- [10] 李庆远, 马成习. 高重合度直齿渐开线圆柱齿轮传动承载能力与优化设计研究[J]. 昆明工学院学报, 1993, 18(4): 32-38. LI Qingyuan, MA Chengxi. Study on load capacity of involute spur HCR gear pairs and optimal design[J]. Journal of Kunming Institute of Technology, 1993, 18(4): 32-38. (in Chinese)

[11] 尹刚. 高重合度齿轮应力场有限元分析[J]. 重庆大学学报, 2010, 33(7): 53-57.
YIN Gang. Finite element analysis of high contact ratio gear stress field [J]. Journal of Chongqing University, 2010, 33(7): 53-57. (in Chinese)

[12] 李杰, 张磊, 赵旗. 大重合度汽车变速器齿轮的接触应力与噪声分析[J]. 汽车技术, 2009(4): 7-10.
LI Jie, ZHANG Lei, ZHAO Qi. Analysis on contact stress and noise of automobile transmission gears with high contact ratio[J]. Automobile Technology, 2009(4): 7-10. (in Chinese)

[13] 唐进元, 颜海燕. 线外啮合齿轮传动啮合刚度计算[J]. 机械传动, 2002, 26(4): 22-24, 32.
TANG Jinyuan, YAN Haiyan. Gear mesh stiffness based on coner contact[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2002, 26(4): 22-24, 32. (in Chinese)

[14] 颜海燕, 唐进元, 宋红光. 直齿轮轮齿变形计算的数值积分法[J]. 机械传动, 2005, 29(2): 7-9.
YAN Haiyan, TANG Jinyuan, SONG Hongguang. Numerical integral method for gear deformation calculation[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2005, 29(2): 7-9. (in Chinese)

[15] Cornell R W. Compliance and stress sensitivity of spur gear teeth[J]. Journal of Mechanical Design, 1981, 103(2): 447-459.

[16] Tavakoli M S, Houser D R. Optimum profile modifications for the minimization of static transmission errors of spur gears[J]. Journal of Mechanical Design, 1986, 108(1): 86-95.

[17] 唐定国, 鄂中凯, 朱孝禄, 等. GB/T 3480-1997 渐开线圆柱齿轮承载能力计算方法[S]. 北京: 中国标准出版社, 1997.

[18] Niemann G. Machine elements: design and calculation in mechanical engineering[M]. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1978.

(编辑: 陈 越)